

國立中山大學 108 學年度 碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：離散數學【資工系碩士班甲組】

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

- 考試開始響前不得翻閱試題，並不得書寫、劃記、作答。請先檢查答案卷（卡）之應考證號碼、桌角號碼、應試科目是否正確，如有不同立即請監試人員處理。
- 答案卷限用藍、黑色筆(含鉛筆)書寫、繪圖或標示，可攜帶橡皮擦、無色透明無文字墊板、尺規、修正液（帶）、手錶(未附計算器者)。每人每節限使用一份答案卷，不得另攜帶紙張，請衡酌作答。
- 答案卡請以 2B 鉛筆劃記，不可使用修正液（帶）塗改，未使用 2B 鉛筆、劃記太輕或污損致光學閱讀機無法辨識答案者，其後果由考生自行負擔。
- 答案卷（卡）應保持清潔完整，不得折疊、破壞或塗改應考證號碼及條碼，亦不得書寫考生姓名、應考證號碼或與答案無關之任何文字或符號。
- 可否使用計算機請依試題資訊內標註為準，如「可以」使用，廠牌、功能不拘，唯不得攜帶具有通訊、記憶或收發等功能或其他有礙試場安寧、考試公平之各類器材、物品（如鬧鈴、行動電話、電子字典等）入場。
- 試題及答案卷（卡）請務必繳回，未繳回者該科成績以零分計算。
- 試題採雙面列印，考生應注意試題頁數確實作答。
- 違規者依本校招生考試試場規則及違規處理辦法處理。

國立中山大學 108 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：離散數學【資工系碩士班甲組】

題號：434004

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 1 頁第 1 頁

There are 8 problems in this test. Note that you should write down detailed steps for the solution to each problem; otherwise, no credits for that problem will be given.

1. A committee of 14 is to be selected from 10 men and 10 women. In how many ways can the selection be carried out if
 - (a) [7%] there must be seven men and seven women?
 - (b) [7%] there must be at least eight men?
2. [10%] Verify that $[(r \leftrightarrow p) \wedge (p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)] \Leftrightarrow [(r \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)]$, for primitive statements $\overline{p}$, $\overline{q}$, and $\overline{r}$.
3. Let $\overline{A}, \overline{B}$ be sets from a universe $\overline{U}$.
 - (a) [7%] Write a quantified statement to express the proper subset relation $\overline{A} \subset \overline{B}$.
 - (b) [7%] Negate the result in part (a) to determine when $\overline{A} \not\subset \overline{B}$.
4. (a) [7%] Consider an $\overline{9 \times 9}$ chessboard. It contains eighty-one $\overline{1 \times 1}$ squares and one $\overline{9 \times 9}$ square. How many $\overline{3 \times 3}$ squares?
(b) [7%] Now consider an $\overline{n \times n}$ chessboard for some fixed $\overline{n \in \mathbb{Z}^+}$. For $\overline{1 \leq k \leq n}$, how many $\overline{k \times k}$ squares are contained in this chessboard?
5. [12%] Let $\overline{S}$ be a set of five positive integers the maximum of which is at most 9. Prove that the sums of the elements in all the nonempty subsets of $\overline{S}$ cannot all be distinct.
6. [12%] Given a nonempty language $\overline{A \subseteq \Sigma^*}$, prove that if $\overline{A^2 = A}$, then $\overline{\lambda \in A}$.
7. (a) [7%] Find the coefficient of $\overline{x^6}$ in $\overline{(1 + x + x^2 + x^3 + \dots)^{17}}$.
(b) [7%] Find the coefficient of $\overline{x^6}$ in $\overline{(1 + x + x^2 + x^3 + \dots)^n}$ for $\overline{n \in \mathbb{Z}^+}$.
8. [10%] Let $\overline{c, d, p, q \in \mathbb{Z}}$ with $\overline{p, q > 0}$. Prove that if $\overline{c \equiv d \pmod{q}}$ and $\overline{p|q}$, then $\overline{c \equiv d \pmod{p}}$.